# Provis dinamichis e lôr aplicazions inte Inzegnerie Civîl

ANTONINO MORASSI\*

**Ristret.** Tes ultimis desenis di agns si è assistût a un interès simpri plui fuart viers il disvilup e la aplicazion di provis dinamichis inte Inzegnerie Civîl. Lis finalitâts di chestis tecnichis a son tantis. Dopradis intal colaut di oparis, par esempli, a puedin dâ indicazions su la esatece dai modei struturâi o su la realizazion corete dal progjet. Provis dinamichis ripetudis a distance di timp a puedin judâ a cjatâ dams capitâts intal cors de vite di une opare e previodi i lôr efiets. In chest setôr di ricercje, il disvilup tecnologjic resint al à metût a disposizion metodologjiis precisis e siguris. Ma, intant che lis tecnichis sperimentâls a levin man a man perfezionantsi, la interpretazion des misuris e je restade un pas indaûr. Il motîf principâl di chestis dificoltâts al è di cirî inte nature invierse dai problemis di identificazion struturâl e inte mancjance di un cuadri teoric complet. Cun di plui, tal studi di struturis in scjale reâl si scuintrisi cun dute une serie di pidiments dovûts a la complicazion dai sistemis studiâts, a la imprecision dai modei numerics che si doprin par interpretâ lis misuris e a la scjarsetât dai dâts sperimentâi. In cheste rassegne si presente e si discut cualchidun di chesci ponts cun riferiment a esperiencis disvilupadis dal grup di ricercje coordenât dal autôr intai ultins agns. In particolâr, si discutin aplicazions des provis dinamichis pal colaut di puints e grancj edificis, pe diagnostiche struturâl e come supuart pe verifiche sismiche di costruzions strategiichis.

**Peraulis clâf.** Provis dinamichis, identificazion e diagnostiche struturâl, problemis inviers, puints, edificis.

**1. Introduzion.** I ultins decenis a son stâts testemonis di un svilup straordenari des tecnichis di calcul numeric e des prestazions dai calcoladôrs eletronics, cul risultât che il numar dai problemis struturâi che si puedin

<sup>&</sup>lt;sup>\*</sup> Dipartiment di Inzegnerie Civîl e Architeture, Universitât dal Friûl, Udin, Italie. E-mail: antonino.morassi@uniud

studiâ al dì di vuê al è un grumon aumentât. Intal stes timp, si è regjistrât un progrès significatîf intal setôr dai materiâi gnûfs e des tecnologijis inovativis. Chesci fats a podaressin puartâ a pensâ che e je mancul dibisugne di fâ sperimentazion su lis struturis al vêr par cognossi il lôr reâl compuartament. La realtât che invezit si cjate vuê, tant inte ricercje che intes aplicazions, e je diferent. Di fat, par proviodi risultâts bogns, i modei matematics a scuegnin jessi calibrâts cun informazions precisis su lis proprietâts dai materiâi e dai components struturâi. Cun di plui, al reste simpri il probleme di capî cemût modelâ i vincui, internis e a tiere, la interazion cul teren, la dissipazion energietiche e, plui in gjenerâl, lis lecs di rispueste dai materiâi. Duci chesci aspiets a son di dificil valutazion par vie teoriche e il probleme si imberdee ancjemò di plui cuant che si tratin costruzions esistents. In reson di chest, si pues contindi che i aspiets plui atuâi che si ciatin inte progjetazion di struturis gnovis e intal recupar di chês che za a son a rivuardin la determinazion di modei corets dal compuartament struturâl, la calibrazion de rispueste mecaniche dai materiâi e la identificazion di dams.

Par chestis finalitâts, lis tecnichis sperimentâls no distrutivis a rapresentin un strument une vore util. A partî dai agns Cincuante, dongje des provis statichis tradizionâls, si son difondudis lis provis dinamichis (Ewins 2000). Rispiet aes primis, lis provis dinamichis a son caraterizadis di une cierte semplicitât di esecuzion, massime inte simulazion des azions orizontâls che si disvilupin tai taramots. Cun di plui, la misure de rispueste e je facilitade parcè che si pues fâ cun sensôrs inerziâi che no àn bisugne di contrasci esternis e che a son une vore sensibii. Chest fat al permet di doprà fuarcis di intensitât un grum basse, cul vantaç di podê lavorâ in sigurece ancje su struturis che a àn mostrât compuartaments iregolârs. Lis aplicazions classichis des provis dinamichis a proviodin la determinazion de funzion di rispueste in frecuence de struture come risultât de misure simultanie de rispueste struturâl e de fuarce aplicade. Pal solit, intes aplicazions al ven caraterizât il compuartament dinamic intal cjamp des piçulis deformazions. La pussibilitât di doprâ fuarcis simpri plui grandis e permet ancje di studià l'efiet di debilis no linearitâts di compuartament.

Discutint di provis dinamichis, no si pues dismenteâsi di dî che il grant sucès che a àn dismot intai ultins dîs-cuindis agns al è in buine part

dovût ae precision e ae robustece des metodologjiis de analisi modâl in cundizions operativis o output-only (Brincker et al. 2001). In chest contest, e ven misurade dome la rispueste de struture, come, par esempli, chê prodote dal trafic che al passe suntun puint. La mancjance de misure de fuarce di ecitazion e ven compensade di ciertis ipotesis su lis proprietâts spetrâls dai segnâi di ingrès. Intal câs dai puints, cheste metodologjie e à il grant vantaç di no incrosâsi cul funzionament de infrastruture e cul trafic. Par prionte, lis misuris a son facilis di ripeti e, ancje vint un numar picul di sensôrs, si pues misurà la rispueste struturàl intun grant numar di posizions. Par chest motif, lis tecnichis *output-only* si prestin une vore ben a jessi dopradis in programs di monitorac struturâl. In cont di chest, la preparazion di proceduris buinis di tirâ fûr par vie automatiche i parametris modâi des misuris de sole rispueste struturâl, ancje in presince di cambiaments di temperadure e umiditât, al è un sogjet di grant interès inte ricercje atuâl dal setôr. Il svilup di tecnologjiis sperimentâls fondadis su misuris cjapadis di lontan, vâl a dî che no proviodin sensôrs di contat, al è un altri filon di ricercje une vore studiât intai ultins agns.

Daspò vê passât in riviste i aspiets sperimentâi des provis dinamichis, o discutìn culì cualchi pont che al rivuarde la interpretazion dai risultâts. Al è ben tignî presint che lis aplicazions dai metodis dinamics di identificazion struturâl a condusin a problemis che, dal pont di viste matematic, a àn une nature invierse (Gladwell e Morassi 2011). In cheste classe di problemis, par solit si vuelin ciatà ciertis proprietâts mecanichis di un sisteme (i coeficients di rigiidece, par esempli) a partî di misuris dal so compuartament dinamic (pal solit, i mûts principâi di vibrazion e lis frecuencis naturâls). Ma, come che o vin dit sore, intant che lis tecnichis sperimentâls și levin man a man perfezionantși, la tratazion cuantitative dai problemis inviers no je ancjemò rivade a un svilup paragonabil. I motîfs a son tancj e a son profonts. La risoluzion di chescj problemis e je ostacolade di dut un complès di pidiments che a son carateristics dai problemis inviers in dinamiche, tant che la mancjance di unicitât de soluzion, la fuarte no linearitât e il fat che la dipendence de soluzion dai dâts e je un grum debule. A chestis dificoltâts e je di zontâ la incompletece dai dâts sperimentâi, la presince di erôrs intes misuris, lis imprecisions dai modei matematics che si doprin par interpretà lis provis. Come che nol

bastàs, i risultâts teorics che si cognossin su chesci problemis a àn ancjemò un caratar principalmentri cualitatif, cuant che, invezit, intes aplicazions a coventaressin informazions plui specifichis e cuantitativis des grandecis di identificâ. Tal câs dai problemis inviers in dinamiche, par esempli, si sa che risultâts di esistence o unicitât e tecnichis di ricostruzion a son disponibii dome par tipologijis speciâls di sistemis vibrants. Cun di plui, la risoluzion e domande une vore di dâts. Tant par fâ un esempli che al pues sclarî la situazion, par ricostruî la rigjidece di une trâf in flession a coventin dutis lis (infinidis) frecuencis de trâf corispondents a trê diferents cundizions di vincul aes estremitâts (Gladwell 2004). Lis situazions che si cjatin te pratiche a son un grum diferents. Di une bande, si pues misurâ dome il compuartament dinamic a basse frecuence: di chê altre bande, i modei analitics fondâts sui modei classics a pierdin precision cul cressi de frecuence. Alore, intes aplicazion reâls al è disponibil dome un numar finît di dâts sperimentâi significatîfs e, cussì, a puedin esisti plui soluzions, vâl a dî che si puedin ciatâ plui coeficients diferents che a riprodusin i stes dâts sperimentâi. Une situazion limit di cheste mancjance di unicitât e rivuarde, par esempli, la pussibilitât di costruî trâfs di profîl diferent ma cun dutis lis (infinidis) frecuencis coincidents, sot fissadis cundizions aes estremitâts. Il letôr interessât al pues lei su chest cont i lavôrs di Gladwell e Morassi (1995, 2010).

Forsi propit la mancjance di une buine struture teoriche di proprietâts gjenerâls e à dât il vie a un grant svilup des tecnichis di *identificazion struturâl* par studiâ aplicazions inzegneristichis concretis. In gran part di chescj metodis, il probleme inviers al ven ricondot a un probleme di otimizazion e, a partî di une stime di prin tentatîf, i coeficients che no si cognossin a vegnin stimâts in mût di ridusi il plui pussibil lis diferencis tra i dâts sperimentâi e i valôrs analitics corispondents (Friswell e Mottershead 1995). A dî il vêr, cheste maniere di frontâ il probleme inviers no nus sparagne lis dificoltâts prodotis dal fat che la soluzion no je uniche, ancje se propit intai ultins agns si è lavorât une vore par cjatâ manieris che a pemetessin di scjampâ fûr dai minims locâi dal procès di minimizazion. Risultâts incoragjants a son stâts otignûts te identificazion di dams in struturis semplicis, come trâfs o piçui telârs (Morassi e Vestroni 2008). Chestis esperiencis a àn mostrât che il sucès de identificazion al dipent une vore de precision dai modei mecanics che si doprin par interpretâ lis misuris e de pussibilitât di introdusi te formulazion dutis lis informazions che a vegnin de fisiche dal probleme. Il passac di chestis aplicazions di laboratori ae identificazion di grandis struturis de Inzegnerie Civîl, come puints, edificis e dighis, nol è facil. Di fat, come che o vin bielzà dit prime, chestis struturis a son une vore complicadis di descrivi cun modei mecanics par vie des dificoltâts a tratâ i vincui, internis e a tiere, a modelà la rispueste dai materiài, a definî lis cundizions di contat tra i diviers elements struturâi, e vie indenant. Metût jù cussì, il probleme al somearès cence sperance. In ogni câs, cemût che al diseve su chest cont il professôr D.J. Ewins (1988), "[...] we are engineers, used to working with the many shades of gray which are found between black and white and so we realize that even with an imperfect model, we can still hope to make significant progress in solving the practical problems which we set out to tackle using this technology [lis provis dinamichis]. The secret of success lies in knowing just how imperfect is our model and whether it is good enough for the particular application we have in mind". Il professôr Ewins si riferive in particolâr a problemis di Inzegnerie Mecaniche ma, in efiet, la esperience che o vin madurât intai ultins agns nus permet di dî che il sucès de identificazion dinamiche di une grande struture de Inzegnerie Civîl al dipent de abilitât a capî cuâi che a son i particolârs o i detais costrutîfs che a àn dibisugne di jessi modelâts miôr. In ducj i sens il probleme al è diagnostic e la robe biele e sta tal fat che, se il model numeric complessif al è ben proviodût, chescj "erôrs" di modelazion pal solit no son tanci e si puedin individuâ cun avonde precision inte struture. Par esempli, intal câs dai puints, a puedin rivuardâ la rigjidece dai elements di poie dal impalcât o il valôr di cierts coeficients di rispueste dal material. Naturalmentri, la dificoltat e sta dute tal ciatâ fûr chestis imperfezions de modelazion, e al è propit culì che a tornin buinis lis informazions e i risultâts gienerâi che nus ufris la teorie dai problemis inviers, ancje se riferide a modei plui semplics e schematics.

In cheste rassegne si discut cualchidun di chescj aspiets cun riferiment a une serie di esperiencis svilupadis intai ultins agns dal grup di ricercje coordenât dal autôr. Inte prossime sezion (sezion 2) a vegnin introdots i elements teorics des tecnichis dinamichis. Lis dôs sezions che a vegnin daûr a son dedicadis a aplicazions intal colaut di un puint e di un edifici (sezion 3) e te identificazion dal dam intun puint (sezion 4). L'intindiment di chest articul al è chel di svicinâ il letôr al sogjet des provis dinamichis inte Inzegnerie Civîl, di meti in risalt lis lôr potenzialitâts e di no scuindi lis indeterminazions che si cjatin intes aplicazions concretis. Il letôr interessât al podarà riferîsi ai articui citâts inte bibliografie par aprofondiments sedi dai aspiets teorics che di chei aplicatîfs.

#### 2. Identificazion dinamiche di parametris struturâi

2.1. Gjeneralitâts. Lis vibrazions infinitesimis dongje une configurazion di ecuilibri stabil di un sisteme mecanic si puedin descrivi dal dut assegnant lis proprietâts inerziâls, elastichis e di dissipazion energietiche dal sisteme. Intal câs di sistemis vibrants cuntun numar finît di grâts di libertât, chestis proprietâts si tradusin intes matrics di masse, di rigjidece e di dissipazion (viscose lineâr). Intai problemis tradizionâi de Dinamiche des Struturis chesci coeficients a son assegnâts e si trate di calcolâ la rispueste dal sisteme par fissadis fuarcis e cundizions iniziâls. Intune vore di situazions di interès pratic, invezit, i coeficients dal sisteme no son ducj assegnâts e, alore, al nas il probleme di determinâ chei di lôr che no si cognossin daûr des misuris de rispueste dinamiche dal sisteme. Chest al è un probleme inviers in Dinamiche des Struturis. Culì no frontarin il probleme in cheste formulazion, ma si contentarin di determinâ i parametris modâi (mûts principâi di vibrazion e lôr frecuencis) dal sisteme. La cuistion di ciatà i coeficients fisics a partî dai parametris modâi e je une vore plui complicade e e clame dentri elements teorics di une cierte dificoltât. A ogni mût, o varìn ocasion di discuti cualchidun di chescj aspiets inte analisi dai câs di studi tratâts inte sezion 3.

2.2. La rispueste in frecuence. Si riten che lis piçulis ossilazions sfuarçadis di un sisteme struturâl cun N grâts di libertât (GDL), par esempli corispondent a un model numeric ai Elements Finîts (EF) di une costruzion, a sedin governadis dal sisteme di ecuazions diferenziâls ordinariis

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \qquad \mathbf{t} > \mathbf{0}, \tag{1}$$

cun cundizions iniziâls  $\mathbf{u}(0) = \dot{\mathbf{u}}(0) = \mathbf{0}$ . Inte ecuazion (1),  $\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1(t),..., u_N(t))$  al è il vetôr des rispuestis nodâls;  $\mathbf{f} = (f_1(t),..., f_N(t))$  al è il vetôr de fuarce aplicade; **M** e **K** a son lis matriçs di masse e di rigjidece. **C** e je la

matriç des fuarcis dissipativis, culì rapresentadis di fuarcis viscosis dipendentis linearmentri de velocitât. Lis matriçs **M**, **K** e **C** a son cuadradis di dimension N, reâls e costants tal timp, simetrichis e definidis positivis. Cun di plui, si ipotizarà che la matriç **C** e vedi une struture tâl di produsi une dissipazion viscose lineâr di tipologjie proporzionâl, cun fatôrs di dissipazion  $\xi_r$ ,  $0 < \xi_r < 1$ , r=1,...,N.

Il model dinamic (1) al à la matriç di *rispueste in frecuence* (FRF, *rice-tance*)

$$\mathbf{H}(\omega) = \sum_{r=1}^{N} \frac{\mathbf{u}^{(r)} \otimes \mathbf{u}^{(r)}}{m_r \left( p_r^2 + 2i\xi_r p_r \omega - \omega^2 \right)}, \qquad \omega \in (-\infty, \infty),$$
(2)

indulà che  $\mathbf{u}^{(r)} = (u_1^{(r)}, \dots, u_1^{(r)}) \in \mathbb{R}^N$  al è il r-esim mût di vibrâ dal sisteme

$$(\mathbf{M}, \mathbf{C} = \mathbf{0}, \mathbf{K}), m_r = \mathbf{M}\mathbf{u}^{(r)} \cdot \mathbf{u}^{(r)} = \sum_{i,j=1}^{r} M_{ij} u_i^{(r)} u_j^{(r)}, p_r \quad e \quad p_{rd} = p_r \sqrt{1 - \xi_r^2} \quad a$$

son par ordin la frecuence circolâr des ossilazions libaris cence e cun dissipazion pal r-esim mût, r=1,...,N, e  $i = \sqrt{-1}$ . La matriç costruide cul operadôr *diade*  $\otimes$  che al comparis te (2) e à components  $(\mathbf{u}^{(r)} \otimes \mathbf{u}^{(r)})_{kl} = u_k^{(r)} u_l^{(r)}$ . La matriç di FRF (2) e je ben definide su dut l'as reâl, e je simetriche, e.g.  $\mathbf{H}^T(\omega) = \mathbf{H}(\omega)$ , e sodisfe la cundizion  $\mathbf{H}(-\omega) = \mathbf{H}(\omega)$  e si pues esprimi in components sot la forme

$$H_{kl}(\omega) = \sum_{r=1}^{N} \left( \frac{A_{kl}^{(r)}}{i\omega - s_r} + \frac{\overline{A}_{kl}^{(r)}}{i\omega - \overline{s_r}} \right), \tag{3}$$

indulà che il residui modâl  $A_{kl}^{(r)}$  associât al pôl r-esim  $s_r = -\xi_r p_r + i p_{rd}$  al à la espression

$$A_{kl}^{(r)} = \frac{u_k^{(r)} u_l^{(r)}}{2 i p_{rd} m_r} \,. \tag{4}$$

Intes espressions disore, il coniugât dal numar complès z al è indicât cun  $\bar{z}$ .

La determinazion sperimentâl de FRF si pues fâ in maniere eficient doprant une fuarce armoniche o une fuarce di durade finide. Intal prin câs si cjacare di tecniche *Stepped Sine*. In struc, si trate di aplicâ la fuarce  $(0,..., 0, f_l(t) = f_{l0}e^{i\omega_0 t}, 0,...,0), f_{l0} \neq 0$ ,e di misurâ la rispueste stazionarie  $\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0 e^{i\omega_0 t} = (u_{10}e^{i\omega_0 t},...,u_{N0}e^{i\omega_0 t})$  dal sisteme (che si pues otignî dopo vê spietât un timp avonde grant). Al risulte

$$H_{kl}(\omega_0) = \frac{u_{k0}}{f_{l0}} \tag{5}$$

e la determinazion de funzion  $H(\omega)$  intun interval di frecuence si fâs par ponts cuntune risoluzion fissade, ripetint la prove e cambiant pas dopo pas la frecuence de fuarce. Par produsi la fuarce armoniche si puedin doprâ vibrodinis o struments a funzionament eletro-magnetic. Une vibrodine, par esempli, e je fate di une cubie di rotôrs che a zirin in oposizion di fase e che a puartin massis sbelançadis a une distance fissade dai as. La machine e ven fissade su la struture e lis fuarcis centrifughis si componin par dâ fûr une fuarce di intensitât proporzionâl al cuadrât de frecuence circolâr. L'interval di frecuence esplorabil al va di 1 a 100 Hz, ma intes aplicazions plui comunis su lis grandis struturis de Inzegnerie Civîl, in gjenar, al ven studiât l'interval di 1 a 15 Hz. La fuarce e pues rivâ ancje a miârs di Newton e e je calibrade in funzion des dimensions de struture di studiâ. Cheste tecniche e furnis misuris une vore precisis di FRF e, proviodint un control de fuarce, e permet ancje di studiâ pussibii efiets di debulis no linearitâts dal sisteme. La realizazion des provis, però, e je un pôc lungje, dal moment che a ogni pas bisugne spietâ di rivâ ae cundizion stazionarie de rispueste e che, in cualchi cas, bisugne ancje cambiâ la configurazion de machine par otignî fuarcis plui o mancul costants intal interval di frecuence di interès.

Lis *tecnichis impulsivis* a son plui pratichis, massime par struturis di piçule e medie dimension. In chest câs, e ven aplicade une fuarce di durade finide, gjeneralmentri prodote dal impat di un martiel strumentât o di une masse batint furnide di cele di caric par misurâ la fuarce trasmetude ae struture. La masse che e impate e pues lâ di pôcs chilos su struturis piçulis a cualchi centenâr di chilos intal câs di impalcâts di puints o di telârs. Dal pont di viste teoric, la FRF  $H_{kl}(\omega)$  tra la rispueste dal k-esim GDL e la fuarce  $(0,..., 0, f_l(t), 0, ..., 0)$  aplicade dome intal l-esim GDL (cun  $f_l(t) = 0$  par  $t > t_0$ , jessint  $t_0$  la durade de fuarce) si pues calcolâ inte forme

$$H_{kl}(\omega) = \frac{\hat{u}_k(\omega)}{\hat{f}_l(\omega)},\tag{6}$$

indulà che  $\hat{f}_l(\omega) = \int_0^{\infty} f_l(t) e^{-i\omega t} dt$  e je la trasformade di Fourier de funzion  $f_l = f_l(t)$ . Une carateristiche des provis impulsivis e je la semplicitât di esecuzion e il bon nivel di precision des misuris.

Par plasê di completece, si ricuarde che intes aplicazions pratichis si misurin FRF diferents de ricetance (2). In particolâr, si misure o la FRF di mobilitât  $\mathbf{H}_{f-a}(\omega)$  o chê di inertance  $\mathbf{H}_{f-a}(\omega)$ , che par ordin a cumbinin la rispueste in velocitât e in acelerazion cul ingrès in fuarce. Al risulte che

$$\mathbf{H}_{f-\dot{u}}(\boldsymbol{\omega}) = (i\boldsymbol{\omega})\mathbf{H}_{f-u}(\boldsymbol{\omega}), \quad \mathbf{H}_{f-\ddot{u}}(\boldsymbol{\omega}) = (i\boldsymbol{\omega})^{2}\mathbf{H}_{f-u}(\boldsymbol{\omega})$$
<sup>(7)</sup>

Lis misuris di acelerazion si fasin cun sensôrs bogns di gjenerâ un segnâl eletric proporzionâl ae acelerazion dal pont misurât. I acelerometris plui comuns a son chei che si basin sul efiet piezoeletric e i il lôr pês al va di cualchi desene di grams, par frecuencis altis e studis su struturis piçulis, a cualchi eto intal câs di misuris di rispueste sismiche su oparis di grande dimension.

2.3. Analisi modâl sperimentâl des misuris di FRF. L'informazion sui parametris modâi di une struture, e.g., frecuencis  $p_r$ , fatôrs di dissipazion viscose  $\xi_r$  e mûts di vibrâ  $\mathbf{u}^{(r)}$ , e je contignude inte FRF  $\mathbf{H}(\omega)$ . I metodis di identificazion a mût singul si fondin su la ipotesi che dongje de gjeneriche risonance r-esime la FRF dal sisteme si puedi aprossimâ cul tiermin dal sôl mût r-esim, e che l'efiet di chei altris mûts al puedi jessi trascurât. Cheste ipotesi e je verificade cuant che lis frecuencis a son avonde separadis e i fatôrs di dissipazion a son une vore piçui. Alore, lis frecuencis a corispuindin ai ponts di massim modul des components di FRF e i fatôrs di dissipazion si puedin stimâ cul metodi de mieze amplece di bande. Cun di plui, lis components dal mût r-esim a son proporzionâls a une cualsisei colone de matriç di FRF, par esempli, la l-esime, calcolade par  $\omega = p_{ra}$ .

$$H_{kl}(p_{rd}) = \frac{A_{kl}^{(r)}}{\xi_r p_r} = \cot(l, r) u_k^{(r)}, \qquad k = 1, \dots, N.$$
(8)

La esperience e insegne che stimis di cheste sorte a puedin jessi dopradis utilmentri ancje in situazions plui complicadis, almancul come valôrs di prime aprossimazion di doprâ in proceduris di stime plui sofisticadis. Intal câs di frecuencis che a son dongje une cun chê altre, si scuen aplicâ une procedure di identificazion che e tegni cont di ducj i mûts di vibrâ presints intal interval di frecuence esaminât. La stime dai pôi  $s_r$  e dai residuis  $A_{kl}^{(r)}$ , par indiçs fissâts k e l, in gjenar e ven metude in forme di probleme di minimizazion de diference J fra la FRF sperimentâl  $H_{kl}^{sper}$ ( $\omega$ ) e chê teoriche  $H_{kl}(\omega)$ :

$$J(A_{kl}^{(1)}, s_1, \dots, A_{kl}^{(Q)}, s_Q) = \sum_{n=1}^{M} \left| H_{kl}(\omega_n) - H_{kl}^{sper}(\omega_n) \right|^2,$$
(9)

indulà che  $\omega_1,...,\omega_M$  a son i valôrs di frecuence indulà che lis FRFs a son stadis misuradis. Lis tecnichis numerichis disponibilis par minimizâ la (9) si fondin su metodis iteratîfs che, partint di une stime iniziâl des incognitis, a risolvin une secuence di problemis ai minims cuadrâts. La fuarte dipendence no lineâr dai tiermins de FRF des frecuencis e dai fatôrs di dissipazion e compuarte un sfuarc di calcul no di pôc cont, cun pussibii problemis di convergience in relazion ae sielte dal pont iniziâl. Une variant une vore eficient dal metodi (9) e proviôt di scrivi la FRF come funzion razionâl e, almancul intun prin timp, di tratâ come incognitis i coeficients dal numeradôr e dal denominadôr. Il vantac di cheste formulazion al sta tal fat che, in chest mût, si ricondusisi a un sôl probleme ai minims cuadrâts. Daspò vê ciatât i coeficients dal polinomi frazionari, si pues prime determinà i pôi dal sisteme come zeros dal denominadôr e dopo si puedin calcolâ i residuis modâi. Cundut che l'algoritmi numeric al è une vore eficient, la soluzion dal probleme ai minims cuadrâts e je mâl condizionade e par chest motîf al scuen jessi tratât in maniere particolâr. O sierìn osservant che la analisi fate sore e supon che l'ordin Q dal model al sedi cognossût. Dispès, però, cheste informazion no je disponibil e alore ancie O al devente une incognite dal procediment.

2.4. Analisi modâl sperimentâl des misuris output-only. La rispueste dinamiche di un puint sot dal efiet dal trafic no je comprendude inte tratazion de sezion precedent. Par studiâ cheste impuartant classe di problemis, o suponìn che lis piçulis vibrazions di un sisteme (**M**, **C**, **K**) a sedin ancjemò descritis de ecuazion (1), indulà che, però, la fuarce  $\mathbf{f} = \mathbf{f}(t)$ e je un procès casuâl stazionari (Papoulis, 1985). In chest câs, al torne util esprimi la relazion jenfri l'ingrès  $\mathbf{f}$  e il vetôr  $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$  des rispuestis struturâls inte forme

$$\mathbf{S}_{uu}(\boldsymbol{\omega}) = \bar{\mathbf{H}}(\boldsymbol{\omega}) \, \mathbf{S}_{ff}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{H}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\omega}), \qquad \boldsymbol{\omega} \in (-\infty, \infty).$$
(10)

Inte ecuazion (10),  $\mathbf{S}_{\rm ff}(\omega)$  e je la matriç  $R \times R$  di densitât di potence spetrâl (DPS) dal ingrès, indulà che R al è il numar dai ingrès;  $\mathbf{S}_{uu}(\omega)$  e je la matriç  $M \times M$  di DPS des rispuestis, cun M che al coincît cul numar des rispuestis misuradis;  $\mathbf{H}(\omega)$  e je la corispondent sotmatriç  $R \times M$  des rispuestis in frecuence. La component (i,k) de matriç  $\mathbf{S}_{uu}$  e je

$$\left(S_{uu}(\omega)\right)_{ik} = S_{u,u_k}(\omega) = \hat{R}_{u_iu_k}(\omega), \qquad (11)$$

indulà che la corelazion fra i procès  $u_i(t) \in u_k(t)$  e je definide di  $R_{u_iu_k}(\tau) = E[u_i(t)u_k(t+\tau)]$ , jessint  $E[\varphi]$  il valôr median dal procès casuâl  $\varphi \in \tau$  une variabil reâl. Sot la ipotesi che l'ingrès **f** si puedi tratâ come un rumôr blanc no corelât spazialmentri e cun valôr median zero, la matriç di DSP **S**<sub>ff</sub>( $\omega$ ) e je costant e diagonâl, e.g.  $S_{fmfn}(\omega) = C_m \delta_{mn}, m, n = 1, ..., R$ , indulà che  $C_m$  e je une costant indipendent di  $\omega$ . Alore, la relazion (10) e devente

$$S_{u_{i}u_{k}}(\omega) = \sum_{m=1}^{R} C_{m} \bar{H}_{im}(\omega) H_{km}(\omega), \quad i, k = 1, ..., M.$$
(12)

Metint dentri la espression (3) de FRF inte (12), e sot la ipotesi di fatôrs di dissipazion une vore piçui, si pues mostrâ che lis components de matriç di DSP des rispuestis  $\mathbf{S}_{uu}(\omega)$  a àn modul massim in corispondence des frecuencis di risonance dal sisteme (metodi di *peak-peaking*). Cun di plui, se lis risonancis a son ben separadis, alore la espression (12) e puarte a scrivi

$$S_{u_{i}u_{k}}(p_{r}) \cong \left(\sum_{m=1}^{R} \frac{C_{m}(u_{m}^{(r)})^{2}}{4m_{r}^{2}\xi_{r}^{2}p_{r}^{4}}\right) u_{i}^{(r)}u_{k}^{(r)},$$
(13)

vâl a dî, par un fissât indiç i, i=1,...,M, si à

$$S_{u_i u_k}(p_r) = \cot(r, i) u_k^{(r)}, \quad r = 1, ..., N, \quad k = 1, ..., M$$
, (14)

e  $\left\{S_{u_{i}u_{k}}(p_{r})\right\}_{k=1}^{M}$  al è un vetôr proporzionâl al r-esim mût di vibrâ **u**<sup>(r)</sup>.

Intal câs che lis rispuestis struturâls a contegnin frecuencis une vore vicinis, il metodi *peak-peaking* di prime al ven sostituît di proceduris plui gjenerâls. Dôs des plui comuns a son la *Frequency Domain Decomposition* e la *Enhanced Frequency Domain Decomposition*. Dutis e dôs a son fondadis su la *decomposizion in valôrs singolârs* de matriç di DSP  $S_{uu}(\omega)$  intal interval di frecuence di interès:

$$\mathbf{S}_{uu}(\omega) = \mathbf{V}(\omega) \Sigma(\omega) \mathbf{V}^{H}(\omega)$$
.

La matriç diagonâl  $\Sigma(\omega) = diag(\sigma_1(\omega),...,\sigma_M(\omega))$  di cheste ecuazion e je fate dai valôrs singolârs di  $\mathbf{S}_{uu}(\omega)$  e la matriç unitarie  $\mathbf{V}(\omega)$  e je formade dai corispondents vetôrs (colone) singolârs  $\{\mathbf{v}^{(i)}(\omega)\}_{i=1}^{M}$ . La matriç  $\mathbf{V}^{H}(\omega)$  e je la matriç trasponude coniugade di  $\mathbf{V}(\omega)$ . Des ecuazions (3) e

(12) si pues fâ viodi che, sot la ipotesi di frecuencis avonde distantis, il tiermin corispondent al prin valôr singolâr  $\sigma_1(\omega)$  inte decomposizion (15) al è une vore plui grant di chei altris intun interval avonde piçul de r-esime frecuence  $p_r$ . Infin, il corispondent vetôr singolâr  $\mathbf{v}^{(1)}(\omega)$  al è proporzionâl al r-esim mût di vibrâ  $\mathbf{u}^{(r)}$ . Cheste ultime proprietât si manten ancje in presince di mûts di vibrâ cun frecuencis avonde svicinadis, ma la analisi di chescj câs e je plui complesse par podê jessi tratade culì.

#### 3. Colaut dinamic di grandis struturis

3.1. Gjeneralitâts. Si avalisi dal colaut par vie dinamiche intal câs di oparis di une cierte complessitât o cuant che lis tecnichis costrutivis a son avonde complicadis e al è necessari scandaiâ la coretece des ipotesis progjetuâls. Cun di plui, daûr di une interpretazion plui moderne, il colaut al è ancje fat cu la finalitât di perfezionâ il model struturâl di progjet e di furnî une sorte di "cjarte di identitât" de opare tal moment de sô jentrade in servizi. Cheste ultime informazion e je un grum util dal pont di viste diagnostic par podê interpretâ ben i risultâts di provis dinamichis fatis in timps sucessîfs cul fin di discuvierzi eventuâi dams struturâi o, plui semplicementri, di meti in lûs cambiaments dal compuartament dinamic de opare.

3.2. Il Viadot 2 dal racuardi autostradâl di Conean. In cheste sezion si presentin i risultâts di une campagne di provis dinamichis output-only sul Viadot 2 dal racuardi di Conean fra lis autostradis A27 e A28, cf. Figure 1. L'opare e je stade finide di costruî te Sierade dal 2010 e lis provis a son stadis fatis intal Invier dal stes an. L'obietîf dal lavôr al jere chel di caraterizâ il compuartament dinamic dal viadot e, in particolâr, chel des struturis di impalcât sot l'efiet dal trafic ordenari.

In struc, l'impalcât dal Viadot 2 al è fat di trê travadis continuis che a àn cinc (Travade 1), cuatri (Travade 2) e sîs arcadis (Travade 3). Lis travadis a son indipendents tra di lôr e a son colegadis dome a nivel de cjarezade cun zonts sul plan stradâl. La struture puartant dal impalcât e je otignude metint adun trâfs stampele e trâfs prefabricadis in ciment armât precomprès. Lis stampelis a son stadis preparadis in cantîr, tiradis sù e sistemadis in corispondence di ogni pilon. Daspò, lis trâfs prefabricadis a son stadis poiadis su lis stampelis e, tal ultin, e je stade gjetade la solete superiôr in beton. L'impalcât al è poiât sui pilons e su lis spalis par mieç di isoladôrs sismics elastomerics, cf. Figure 2. Lis fondazions dai pilons e des spalis a son fatis sù su pâi.

Lis provis dinamichis a àn interessât lis Travadis 1 e 2. La regjistrazion dai segnâi e je stade fate cun 35 canâi che, in simultani, a misuravin trê components di velocitât su 7 ponts e lis solis components di velocitât radiâl e circonferenziâl su altris 7 ponts. La rispueste dal impalcât e je stade misurade te flancade interne e esterne da cjarezade, ai tiercs di ogni arcade, e sui pilons e spalis dal puint. Trê disposizions strumentâls a son stadis dopradis te Travade 1 e dôs te Travade 2. Il timp di regjistrazion dai segnâi al è di trente minûts, cirche 3500 voltis il periodi fondamentâl dal viadot. La analisi modâl e je stade fate doprant la tecniche Enhanced Frequency Domain Decomposition (Brincker et al. 2001). Des misuris fatis su la Travade 1 a son stâts identificâts i sîs mûts di vibrâ mostrâts te Figure 3. I prins doi a interessin dut il viadot e a son caraterizâts in prevalence des vibrazions orizontâls in direzion radiâl. La forme spaziâl dal mût 1 (2.04 Hz) e somee otignude par efiet di une rotazion rigjide intor di un as verticâl che al passe dongje de spale. Il mût 2 (2.31 Hz), invezit, al corispuint a une deformazion flessionâl dal impalcât. Lis ossilazions in direzion verticâl a son prevalents tai mûts di ordin plui alt. In particolâr, i mûts 3,4,5 e 6, cun frecuence 2.66, 3.57, 4.43 e 5.30 Hz, a corispuindin ai prins cuatri mûts di vibrâ di une trâf continue a trê arcadis. Il compuartament de Travade 2 al è cuasi compagn, cf. Figure 4. I prins doi



Figure 1. Viste gjenerâl dal Viadot 2 dal racuardi di Conean. Misuris in metris.

mûts a son principalmentri orizontâi e a àn frecuence di 2.00 Hz e 2.04 Hz. I mûts 3,4,5 e 6, cun frecuence di 3.31, 4.38, 5.60 e 6.50 Hz, a rivuardin la flession de travade tal plan verticâl.

La complicazion gjeometriche e struturâl dal viadot e à conseât fin dal principi di interpretâ lis misuris cun riferiment a un model numeric ai Elements Finîts (EF) complessîf di dute la opare, e no dome de singule



Figure 2. Supuarts dal viadot: (a) detai di un isoladôr sismic; supuarts monodirezionâi suntune spale (b) e suntun pilon (c). I triangui a mostrin la direzion autorizade dal spostament.



Figure 3. Prins sîs mûts di vibrâ sperimentâi de Travade 1.

travade. La sezion dal viadot e je stade modelade par mieç di EF plachelastre, cf. Figure 5. I pilons a son stâts sagomâts cun EF solits e la gridele gjeometriche de part superiôr e je stade modelade in maniere di podê meti dentri i isoladôrs. Ogni isoladôr al è stât modelât cun doi elements elastics bogns di contrastâ i moviments dal estradòs dal impalcât rispiet al pilon in direzion radiâl e tangjenziâl. A chescj elements elastics al è stât



Figure 4. Prins sîs mûts di vibrâ sperimentâi de Travade 2.



Figure 5. Cualchi detai dal model ai EF dal Viadot 2: (a) gridelis di impalcât e (b) dai pilons; sezion trasversâl in corispondence dal pilon (c) e de sezion di mieç di une arcade (d).

assegnât il valôr de rigjidece tangjent ae origjin dal diagram costitutîf nominâl fuarce-deformazion furnît de fabriche, cf. Figure 6. Chest valôr al è cirche 4 voltis plui piçul di chel doprât dai progjetiscj inte analisi sismiche dal viadot. La flessibilitât assiâl dai isoladôrs e je stade trascura-



Figure 6. Ecuazion costitutive fuarce-scoriment di un isoladôr (a) monodirezionâl e (b) bidirezionâl.

de e ogni pilon al è stât incjastrât inte sezion disot. Lis vibrazions libaris a son stadis studiadis sot la ipotesi di deformazions infinitesimis e compuartament elastic lineâr dai materiâi. Il modul di Young dal beton dai pilons al è di 40.4 GPa; chel des trâfs stampele e de solete dal impalcât al è di 41.6 GPa. Pai elements prefabricâts des arcadis al è stât cjapât un modul di Young plui grant e avuâl a 43.7 GPa. I efiets de precompression a son stâts trascurâts tal studi des vibrazions libaris.

Siben che il model numeric provisori dal Viadot 2 al fos stât prontât cun dutis lis atenzions, lis sôs previsions a son risultadis cetant diferents dai risultâts sperimentâi. Lis diferencis plui grandis si àn intai mûts di vibrâ plui bas. Par esempli, tal model numeric, lis ossilazions dai prins trê mûts a son concentradis dome suntune des trê travadis, vâl a dî la travade 2 pal mût 1 (0.98 Hz), la travade 1 pal mût 2 (1.00 Hz) e la 3 pal mût 3 (1.03 Hz). Chel istès al sucêt intai prossims trê mûts di vibrâ. Lis frecuencis di chescj mûts a son une vore plui bassis di chês misuradis: di fat, sot 1.20 Hz o cjatìn sîs mûts analitics, cuant che invezit lis frecuencis dai prins sîs mûts sperimentâi a son comprendudis jenfri 2 e 3 Hz. Cun di plui, par chest grup di mûts numerics al è ancje dificil cjatâ un corispondent mût sperimentâl. Tal ultin, il model numeric provisori al stime in difiet di cirche il 20% lis frecuencis dai mûts flessionâi dal viadot.

Il câs che o stin tratant al è tipic di situazions che si cjatin dispès te pratiche: o vin un model numeric une vore detaiât che, però, al da fûr frecuencis che a son di bot metât di chês misuradis pai mûts plui bas. La esperience e insegne che diferencis cussì grandis dificilmentri a puedin

jessi colpe di valutazions sgaradis des proprietâts dai materiâi. Pluitost, chestis diferencis a puedin jessi atribuidis a une modelazion gieometriche falade de struture o a une descrizion sbaliade des cundizions di vincui internis o a tiere. Duci chesci aspiets a son stâts scandaiâts in detai pal Viadot 2 e, dopo une lungie schirie di simulazions numerichis, al è vignût fûr che il motîf principâl de imprecision dal model al jere une sotstime de rigjidece dai isoladôrs. Il studi al à mostrât che la rigjidece efetive e je 6-7 voltis plui grande di chê nominâl. Cheste grande diference si pues justificâ tegnint cont che la caraterizazion dinamiche e je stade fate sot de azion di un trafic veicolâr debul a basse velocitât che, ancie se il viadot al è in curve, al à produsût deformazions di scoriment intai isoladôrs une vore plui piculis di chês carateristichis dal lôr diagram costitutîf. Introdusint chest valôr otimâl di rigjidece tal model numeric, il compuartament dinamic a basse frecuence al cambie une vore rispiet a chel dal model provisori: cumò, i mûts di vibrâ plui bas a interessin dut il svilup dal viadot e no son plui localizâts intune sole travade a la volte. Cun di plui, l'impalcât si deforme sedi torsionalmentri che flessionalmentri ancje a basse frecuence. I mûts flessionâi di impalcât, invezit, a rivuardin une sole travade a la volte.

Lis Tabelis 1 e 2 a ripuartin la corispondence tra mûts di vibrâ proviodûts dal model inzornât e chei sperimentâi. Si pues viodi che ducj i mûts sperimentâi a àn un corispondent numeric. Il contrari, invezit, nol vâl, parcè che un ciert numar di mûts di vibrâ principalmentri orizontâi nol è stât ecitât vie pes provis. Il model al sotstime lis frecuencis misuradis, cun erôrs che a son dal ordin dal 5% pai mûts di vibrâ principalmentri orizontâi e dal 10-15% par chei flessionâi di impalcât. Un miorament al è stât otignût rafinant la modelazion de sezion dal viadot e inzornant il valôr dal modul di Young des struturis. I risultâts a mostrin che chest al puarte a un aument dal modul di Young intor dal 20% pal impalcât e dal 10% pai pilons. In fin dai fats, il procès di inzornament dal model numeric al puarte a un erôr median su lis frecuencis di cirche il 3-4% e a un bon acuardi su lis deformadis modâls.

In conclusion, la esperience sul Viadot 2 dal racuardi di Conean nus permet di fà cualchi considerazion di valence gjenerâl su puints di cheste tipologjie. Prin, la lôr rispueste dinamiche e je caraterizade di une alte densitât modâl. Tal nestri câs, par esempli, il model numeric otimâl dal

	- 1514111 -	1 1.571 -			
Ordin FEA	₽ <sub>FEA</sub> [Hz]	Ordin EMA	Р <sub>ЕМА</sub> [Hz]	Δ	
1	1.91	2	2.31	-17	
2	1.94	1	2.04	-5	
6	2.28	3	2.66	-14	
15	3.09	4	3.57	-13	
20	3.90	5	4.43	-12	
23	4.68	6	5.30	-12	

Tabele 1. Corispondence tra mûts di vibrâ sperimentâi (EMA) e numerics (FEA, model inzornât). Valôrs des frecuencis  $p_{\text{EMA}}$ ,  $p_{\text{FEA}}$  pe Travade 1.  $\Delta$ =100×( $p_{\text{FEA}}$  -  $p_{\text{EMA}}$ )/  $p_{\text{EMA}}$ .

Tabele 2. Corispondence tra mûts di vibrâ sperimentâi (EMA) e numerics (FEA, model inzornât). Valôrs des frecuencis  $p_{\rm EMA}$ ,  $p_{\rm FEA}$  pe Travade 2. \* = corispondence no sigure.  $\Delta = 100 \times (p_{\rm FEA} - p_{\rm EMA})/p_{\rm EMA}$ .

Ordin FEA	$\mathcal{P}_{FEA}$ [Hz]	Ordin EMA	₽ <sub>EMA</sub> [Hz]	Δ
2	1.94	2	2.04	-5
3	2.10	1	2.00	5
11	2.78	3	3.31	-16
18*	3.72	4*	4.38	-15
19*	3.80	4*	4.38	-13
26	4.99	5	5.60	-11
30	5.52	6	6.50	-15

intîr viadot al conte plui di trente mûts di vibrâ di 2 a 6 Hz. Secont, e je presint une fuarte compresince di deformazions flessionâls intal plan orizontâl e deformazions torsionâls dal impalcât. Lis vibrazions flessionâls tal plan verticâl, invezit, a son pôc cubiadis cun chês altris. Tierç, par otignî une buine descrizion dal viadot tal cjamp des piçulis vibrazions al è necessari costruî un model numeric globâl che al tegni cont di dutis lis arcadis e che al proviodi une buine descrizion dai isoladôrs. Cuart, ma no par chest mancul impuartant, inte misure dai prins mûts di vibrâ al sarès util proviodi une gridele di ponts che e cjapi dentri plui di une arcade a la volte.

*3.3. Il complès de Hypo Alpe Adria Bank di Tavagnà.* La gnove sede de Hypo Alpe Adria Bank e je un complès di siet plans finît di costruî tal 2007 tal Comun di Tavagnà (Udin). La costruzion e je formade di doi fa-



Figure 7. Viste di Nord-Est (a çampe) e di Sud-Est (a drete) dal complès.

bricâts un dongje di chel altri, un bande Ovest (Edifici A) e un bande Est (Edifici B), separâts di un zont sismic verticâl larc 0.20 m. La carateristiche architetoniche dal complès e je la inclinazion des façadis Nord e Sud, cf. Figure 7. La tipologjie struturâl speciâl e il fat che il complès si cjate in zone sismiche a àn sugjerît ai progjetiscj e ai colaudatôrs de opare di condusi un studi sperimentâl pe sô caraterizazion dinamiche.

Descrizion dal complès in curt. La plante di un plan tipic e une sezion verticâl a son ilustradis inte Figure 8. L'Edifici A al à la forme di un paralelepipet e, dal pont di viste struturâl, sot des fuarcis sismichis al funzione pressapôc come une trâf a mensule in direzion Nord-Sud (o in direzion travierse Y) par efiet des dôs parêts in beton intes facadis Est e Ovest. Dilunc la direzion perpendicolâr, o direzion X, l'Edifici A si compuarte plui o mancul come un edifici shear-type pe presince di telârs metalics cun rinfuarcs disponûts a K intes façadis Nord e Sud. Lis struturis a son completadis di doi telârs centrâi in beton e açâr in direzion Y che a puartin i solârs. Te part centrâl dal Edifici B si disvilupin lis struturis verticâls dal nucli in beton che al cjape dentri i locâi assensôrs e scjalis. A Est di chest nucli si ciate une part dal fabricât che e à plante retangolâr e lis façadis Nord e Sud inclinadis di 14° rispiet ae verticâl. Trê telârs in beton e açâr a son presints in direzion Nord-Sud (o direzion travierse Y) par puartâ i solârs di plan, fats cun lastris Predalles orientadis in direzion Est-Ovest. Lis struturis dal ultin plan a son fatis in acâr e a tegnin sù une cuvierture lizere in lamiere grecade. Il pês complessîf dai doi fabricâts A e B al è cirche di 2400 e 7300 tonedalis.



Figure 8. Plante dal cuart plan cu la indicazion dai as di misure (sore). Sezion verticâl A-A dal Edifici A (sot). Misuris in centimetris.

*Un model numeric provisori.* Cu la idee di predisponi lis provis dinamichis, fin dal principi al è stât preparât un model ai EF provisori dal complès. Il model al è stât prontât tignint cont des indicazions dal progjet e dai risultâts disponibii su lis carateristichis mecanichis dai materiâi. Il modul di Young median dal beton al è stât considerât jessi di 34.67 GPa e di Ec = 33.72 GPa pes struturis puartants dai edificis A e B. Tignint a ments che il nivel di tension prodot tes provis al è une vore bas, il model al è stât svilupât par deformazions infinitesimis e compuartament elastic lineâr dai materiâi. Cun di plui, si ricuarde che: i) la rigjidece di trâfs, colonis e parêts e je stade valutade fasint riferiment ae sezion gjeometriche nominâl; ii) i solârs a son stâts descrits par mieç di EF di tipologjie lastreplache; iii) i pilastris a son stâts considerâts incjastrâts a tiere e no si à tignût cont dal plan soterani inte modelazion; iv) i vincui tra i elements struturâi a son stâts considerâts di incjastri ideâl; v) no si à tignût cont de dimension finide dai zonts struturâi dai telârs e di colegament tra trâfs e parêts; vi) i doi modei numerics a son indipendents parcè che i fabricâts A e B a son separâts dal zont sismic.

Lis vibrazions libaris a son stadis studiadis trascurant i efiets dissipatîfs. I mûts di vibrâ 1,4,5,8 dal Edifici A a corispuindin ai prins cuatri mûts *shear-type* in direzion X che, cuant che al coventarà, a vignaran nomenâts 1X, 2X, 3X, 4X. I mûts 2 e 6 a son il prin (1Y) e il secont (2Y) mût flessionâl in direzion Y. La compresince di vibrazions orizontâls e verticâls e je debule in chescj mûts e, invezit, e devente impuartant pai mûts 7, 9, 10. Il tierç mût (1T) al è il mût torsionâl fondamentâl dal fabricât. Passant al Edifici B, culì il compuartament dinamic a basse frecuence al è une vore influençât dal nucli scjalis e assensôrs. Dal moment che chest nucli al à sezion no simetriche, bielzà tai prins mûts e je une compresince impuartant di deformazions flessionâls e torsionâls, cf. Figure 9. Tal mût 1, par esempli, lis rotazions di plan a son dutis in fase tra



Figure 9. Prins cinc mûts di vibrâ dal model provisori ai EF dal Edifici B.

di lôr e a cressin in altece. Tal secont mût e je une compresince di vibrazions in direzion Est-Ovest e rotazions di plan, cuntune prevalence des primis. I mûts di ordin superiôr, in gjenar, a àn caratar localizât e a interessin dome une piçule part dal fabricât. Par esempli, lis ossilazions tai mûts 4 (7.60 Hz) e 6 (10.24 Hz) a interessin soredut i plans plui alts dal toc di struture plui dongje dal Edifici A.

*Provis dinamichis: risultâts principâi.* Lis provis dinamichis a son stadis realizadis prime sul Edifici A e dopo sul B. Ogni edifici al è stât metût in vibrazion par mieç di une fuarce armoniche prodote di une vibrodine fissade sul solâr dal setim plan. La rispueste e je stade misurade cun acelerometris sistemâts tai solârs di plan. Tal câs dal Edifici A, par esempli, a son stâts doprâts cuatri struments cun as orizontâl par plan e a son stadis misuradis lis rispuestis in direzion verticâl tal cuart e tal setim plan. La funzion di rispueste in frecuence (FRF, inertance) di ogni fabricât e je stade misurade sot ecitazion in direzion Nord-Sud (Y) e Est-Ovest (X) tal interval 1-15 Hz, cuntune risoluzion di 2/100 Hz e di 4/100 Hz tai intervai 1-5 Hz e 5-15 Hz. Tant par vê une idee des fuarcis in zûc, la grandece massime de fuarce e je stade di 0.4 e 1.9 toneladis tal prin e tal secont interval di frecuence.

Il model modâl dai doi fabricâts al è stât ricostruît des misuris di FRF doprant la metodiche dal *Rational Fraction Polynomial Curve Fitting*. Rimandant al lavôr di Morassi (2011) par aprofondiments, culì si disin dôs peraulis in merit aes dificoltâts cjatadis te interpretazion des misuris e ai rimiedis che a son stâts cjapâts. Il pidiment plui grant si è cjatât inte interpretazion des rispuestis dai prin plans dai doi edificis, par vie di un bas rapuart segnâl-rumôr. In chescj câs al è risultât util ripeti plui voltis la stime dai parametris dinamics cambiant i parametris che a regolin la tecniche di identificazion. Cun di plui, une analisi atente des misuris di FRF e à sugjerît di doprâ lis rispuestis sot ecitazion in direzion X o Y par ricostruî lis proprietâts dinamichis dai mûts di vibrâ con ossilazions prevalents in direzion X o Y, rispetivementri.

*Confront tra i risultâts sperimentâi e lis previsions dal model numeric provisori.* Cundut che il model provisori al è une vore detaiât, il confront al met in lûs diferencis grandis. Par ce che al rivuarde l'Edifici A, dome

Edifici A			Edifici B						
Ordin FEA	₽ <sub>FEA</sub> [Hz]	Ordin EMA	₽ <sub>EMA</sub> [Hz]	MAC -	Ordin FEA	₽ <sub>FEA</sub> [Hz]	Ordin EMA	₽ <sub>EMA</sub> [Hz]	MAC -
1	1.53	2	2.96	0.84	1	3.81	3	3.48	0.95
2	2.58	1	2.67	0.91	2	3.94	6	4.24	0.17
3	3.41	4	3.65	0.88	3	5.14	7	4.63	0.79
5	7.80	12	11.87	0.67	5	9.35	11	9.35	0.45
6	8.86	11	10.19	0.56					

Tabele 3. Corispondence tra mûts di vibrâ sperimentâi (EMA) e numerics (FEA, model provisori). MAC = 1 al vûl dî corelazion perfete.

pôcs mûts di vibrâ sperimentâi (EMA, *Experimental Modal Analysis*) a àn un corispondent analitic (FEA, *Finite Element Analysis*). Cun di plui, l'ordin dai prins mûts sperimentâi nol coincît cun chel dal model numeric, parcè che i mûts EMA 1,2,4 a corispuindin ai mûts FEA 2,1,3.

Ma l'aspiet plui critic al rivuarde la sotstime des frecuencis dai mûts di vibrâ in direzion X, cf. Tabele 3. Tant par dâ la idee, la frecuence numeriche dal mût fondamentâl (1.53 Hz) e je cirche la metât di chê sperimentâl (2.96 Hz). Lis diferencis a son une vore plui piçulis pai mûts di vibrâ in direzion Y (mûts 1EMA e 11EMA) e pal prin mût torsionâl. Intal câs dal Edifici B al è fintremai dificil stabilî une corispondence tra mûts EMA e FEA. In fin dai conts, lis grandis diferencis tra lis frecuencis dai mûts EMA e FEA, in particolâr pai mûts X dal Edifici A, e la mancjance di une corispondence analitiche par un ciert numar di mûts tra 4 e 10 Hz a puartin a sostignî che il model provisori al pues jessi dal sigûr perfezionât.

*Un model numeric di dut il complès.* La analisi svilupade sore e sugjeris che il model provisori dal Edifici A al sotstimi la rigjidece globâl in direzion X (Est-Ovest). Par cirî di capî la origjin di cheste sotstime, e je stade prontade dute une schirie di simulazions numerichis fasint variâ lis rigjidecis dai telârs centrâi in beton e di chei laterâi disponûts su lis façadis Nord e Sud in direzion X. Cence jentrâ tai particolârs dai calcui, culì si ricuarde che par otignî une buine coincidence su la frecuence dal prin mût di vibrâ in direzion X al jere necessari un aument de rigjidece dai elements struturâi di un ordin (telârs internis) a trê ordins (telârs ester-

Ordin	$p_{FEA}$	Ordin	₽ <sub>EMA</sub>	Δ	MAC	
FEA	[Hz]	EMA	[Hz]		Edifici A	Edifici B
1	2.59	1	2.69	-3.7	0.89	0.52
2	2.90	2	2.90	0.0	0.90	0.91
3	3.64	4	3.66	-0.5	0.87	0.44
4	3.89	3	3.51	10.8	0.92	0.94
5	4.41	6	4.27	3.3	0.57	0.33
6	5.23	7	4.65	12.5	0.48	0.83
7	5.50	9	5.97	-7.9	n.d.	0.67
8	8.38	14	9.71	-13.7	0.38	n.d.
9	8.58	12	8.31	3.2	n.d.	0.42
10	8.88	15	10.19	-12.9	0.55	n.d.
11	9.37	13	9.35	0.2	n.d.	0.56
12	10.12	c.c.	-	-	-	-
13	10.56	c.c.	-	-	-	-
14	10.83	16	10.73	0.9	n.d.	0.73

Tabele 4. Corispondence tra mûts di vibrâ sperimentâi (EMA) e numerics (FEA, model cun interazion tra i doi edificis e k=1.2·10<sup>4</sup> kN/m<sup>2</sup>). I valôrs dal MAC si riferissin a lis formis modâls dai doi edificis separâts. MAC=1 al vûl dî corelazion perfete.  $\Delta$ =100×( $p_{\text{FEA}} - p_{\text{EMA}}$ ) /  $p_{\text{EMA}}$ . Note: n.d. = dât no disponibil; c.c. = dâts cence corispondence.

nis) di grandece rispiet ai valôrs nominâi. Al è clâr che cheste soluzion no jere realistiche. Cun di plui, lis simulazions a mostravin che i modei dai doi fabricâts no jerin bogns di riprodusi chei mûts di vibrâ che si jerin misurâts in direzion X tra 4 e 10 Hz. Chestis indicazions, dutun cun chês otignudis tal studi dal Edifici B e che culì no si ripuartin par brevitât, nus àn sugjerît di riviodi dal biel principi la colezion dai modei struturâi dulà cirî il model numeric bon di descrivi cun precision il compuartament dal complès de Hypo Bank.

Vint batût tantis stradis par cirî une motivazion valide, cence sucès, si à decidût di gjavâ vie il "dogma" ae fonde di dute la analisi di prime, vâl a dî la ipotesi di un compuartament indipendent dai doi edificis A e B. In efiets, cul obietîf di garantî la sigurece dal varc tra un fabricât e chel altri, bielzà te fase di sperimentazion a jerin presints elements in len e in plastiche che a jemplavin i zonts dai solârs. Il lôr efiet globâl al è di sigûr di pôc cont par une analisi sismiche, ma al pues deventâ impuartant intal studi des piçulis vibrazions dal complès, come intal nestri câs. Par definî il colegament tra i doi fabricâts si è fat riferiment al model di interazion plui sempliç, ven a stâi un jet di elements elastics bogns di produsi une fuarce di interazion proporzionâl al spostament relatîf tra i doi solârs a contat e direte perpendicolarmentri al zont. In prime batude, la rigjidece k di chescj elements elastics e je stade considerade costant in ducj i zonts.

Prime di sistemà il model numeric dal complès, al è stât necessari riviodi i risultâts sperimentâi sot la ipotesi di interazion tra i doi fabricâts.

In efiets, bielzà lis provis a vevin fat viodi che un ciert numar di mûts di vibrâ cun frecuencis vicinis a jerin presints inte misuris di FRFs (che si viodin lis Tabelis 1 e 2 di Morassi (2011)). Chest fat al è clâr propit pai mûts di vibrâ traslazionâi in direzion Est-Ovest che il model provisori al stimave mâl o che adiriture nol proviodeve. La Tabele 4 (cuarte colone di çampe) e ripuarte lis frecuencis atribuidis ai mûts di vibrâ sot la ipotesi di interazion tra i doi edificis A e B.

La sensibilitât des frecuencis dal complès al parametri k e je diferent e, par valôrs no tant grancj di k, il mût di vibrâ plui sensibil al è propit chel che al à origjin dal prin mût traslazionâl X dal Edifici A: la sô frecuence e passe di 1.53 Hz par k = 0 (edificis stacâts) a cuasi 3.40 Hz intal câs di k infinidementri grant. Ancje la forme modâl corispondent, che par k=0 e jere confinade dome tal Edifici A, cul cressi di k e cjape dentri la deformazion dal Edifici B. Tignint in cont chescj risultâts e il fat che



Figure 10. Prins vot mûts di vibrâ dal model ai EF dal intîr complès de Hypo Bank.

il model numeric al è di sigûr plui precîs a basse frecuence, il valôr otimâl di k al è stât stimât imponint che la frecuence dal prin mût traslazionâl X dal Edifici A e coincidi cul valôr sperimentâl. Al è saltât fûr k= $1.2 \cdot 10^4$ kNm<sup>-2</sup> e cun chest valôr si è definît il model inzornât dal intîr complès de Hypo Bank.

I valôrs des primis frecuencis a son ripuartâts te Tabele 4 e i prins vot mûts di vibrâ a son disegnâts inte Figure 10. I mûts globâi 1 FEA (2.59 Hz, Figure 11 (a)), 10 (8.88 Hz) e 12 (10.12 Hz) a son localizâts intal Edifici A. Chesci mûts a son in prevalence traslazionâi-Y e, di conseguence, lis lôr frecuencis e formis modâls a coincidin cun chês dai mûts FEA 2. 6 e 7 dal model provisori dal Edifici A. Il mût 2 FEA (2.90 Hz) al è il mût di vibrâ fondamentâl di traslazion in direzion Est-Ovest, cf. Figure 11(b). La sô forme modâl e cjape dentri duci e doi i fabricâts e duci i plans a ossilin in fase tra di lôr, cun ossilazions che a cressin in altece. I mûts 3 FEA (3.64 Hz) e 4 FEA (3.89 Hz) a son mûts di vibrâ torsionâi di dut il complès, cf. Figure 11(c) e Figure 11(d). Lis rotazions di plan a àn il stes viers su ogni edifici e a cressin in altece. Lis rotazions di plan a son in fase e in oposizion di fase tal mût 3 e tal mût 4, par ordin. I prossims trê mûts, mût 5 FEA (4.41 Hz), mût 6 FEA (5.23 Hz) e mût 7 FEA (5.50 Hz), a rivuardin duci i doi i fabricâts e lis ossilazions a son prevalents in direzion Est-Ovest.

La corispondence definitive tra mûts di vibrâ sperimentâi e analitics e je ripuartade te Tabele 4. Sot la ipotesi di deformazion rigjide infinitesime dai plans, la Figure 11 e confronte i valôrs numerics e sperimentâi  $U_X(G)$ ,  $U_Y(G)$  de grandece de ossilazion in direzion X e Y, e la component di spostament R $\varphi$  prodote de torsion di plan tal Edifici A. Culì, il pont G al è il centri gjeometric de plante di plan e R e je la lungjece di mieze diagonâl di plante. Cemût che si pues viodi, l'acuardi al è avonde bon, ancje se la traslazion X di plan tal mût 6 FEA e je sorestimade dal model numeric (cf. Figure 11(f)). Lis diferencis fra frecuencis sperimentâls e analitichis a son une vore plui piçulis di chês dal model provisori, cf. Tabele 4: l'erôr median al è calât dal 23% (Edifici A) e 7% (Edifici B) a cirche il 5% tal model intîr. In plui, dome pôcs mûts di vibrâ sperimentâi no àn il corispondent analitic (mûts 12 e 13 FEA). Si rimande il letôr interessât al articul di Morassi e Polentarutti (2011) par un aprofondiment e un rafinament ulteriôr dal model numeric.



Figure 11. Edifici A: confront tra lis formis modâls sperimentâls (EMA) e numerichis (FEA, model intîr). (a) 1FEA-1EMA; (b) 2FEA-2EMA; (c) 3FEA-4EMA; (d) 4FEA-3EMA; (e) 5FEA-6EMA; (f) 6FEA-7EMA. • =  $u_x(G)$ ; o =  $u_y(G)$ ; × = R $\varphi$ . Linie continue: valôrs numerics; linie trategjade: valôrs sperimentâl.

In conclusion, ancje cheste esperience nus lasse cualchi impuartant insegnament, che al risulte in acuardi cu lis tindincis plui atuâls intal cjamp de identificazion struturâl par vie dinamiche. Prin, al è ben doprâ plui informazions pussibilis sul probleme che si è daûr a studiâ, in mût di meti adun un model numeric realistic e precîs de struture. Secont, lis analisis perturbativis e i studis numerics a son impuartants par indreçâ i procès di inzornament dai modei struturâi e par sielzi in maniere corete i parametris di identificâ. Tierç, in ciertis situazions al covente tignî in just cont ancje l'efiet di components no struturâls par podê miorâ la modelazion mecaniche di un complès struturâl.

#### 4. Diagnostiche struturâl fondade su provis dinamichis

4.1. *Gjeneralitâts e esperiencis precedents sui puints*. Une des aplicazions plui atuâls des provis dinamichis e je chê diagnostiche (Hearn e Testa 1991, Morassi e Vestroni 2008). Provis dinamichis ripetudis intal timp a permetin di misurâ lis variazions dai parametris dinamics carateristics di

un sisteme struturâl e, duncje, a puedin dâ une indicazion cuantitative de sigurece residue de opare.

Il dam struturâl par solit al corispuint a un degrât di cualchi proprietât mecaniche di une struture e, intai câs plui semplics, chest si pues descrivi cuntune riduzion di un coeficient di rigjidece intune part de struture. Une maniere che si dopre dispès par risolvi i problemis inviers di diagnostiche e je chê di calcolâ la variazion dal coeficient di rigjidece in mût di fâ coincidi lis primis frecuencis dal model cui valôrs corispondents sperimentâi. La leterature in proposit e je numerose. Par esempli, si puedin consultà i lavôrs di Liang et al. (1992). Hassiotis e Jeong (1993), Cerri e Vestroni (2000), Capecchi e Vestroni (2000), Vestroni e Capecchi (2000), Teughels et al. (2002), Sinha et al. (2002), Jimbo et al. (2012) par studis su trâfs e telârs. Une maniere diferente di frontâ il probleme e je stade proponude in (Morassi 2007; Dilena e Morassi 2009, 2010): te ipotesi che il dam al sedi lizêr, si fâs viodi che lis variazions des frecuencis prodotis dal dam a permetin di otignî informazions cuantitativis su cierts coeficients gjeneralizâts di Fourier dal coeficient di rigjidece incognit.

Ancje lis informazions sui mûts di vibrâ a son stadis usadis par identificâ dams struturâi, dispès insiemi cun misuris di frecuencis (Rizos *et al.* 1990). Pandey *et al.* (1991) a àn fat viodi che lis variazions de curvadure dai mûts di vibrâ a puedin jessi dopradis par cjatâ la posizion di dams concentrâts in trâfs. Gladwell e Morassi (1999) e Dilena e Morassi (2002) a àn provât che il segn dai spostaments dai zeros dai mûts di vibrâ, calcolât rispiet ae configurazion intate, al pues jessi doprât par cjatâ une spacadure intune trâf. Caddemi *et al.* (2009) a àn proponût une metodiche par identificâ plui spacaduris intune trâf in flession daûr des misuris di frecuencis e des components dai mûts di vibrâ.

Une des dificoltâts plui grandis di chestis aplicazions e sta te basse sensibilitât dai parametris dinamics al dam. Culì al è pôc ce discori: cheste e je une carateristiche des metodologjiis di identificazion par vie dinamiche e e je origjin di dute une serie di fastidis, come, par esempli, la dipendence dai risultâts de identificazion dai erôrs sperimentâi e de precision dal model numeric che si dopre par interpretâ lis misuris. Chescj aspiets a son ben studiâts intal câs di sistemis sempliçs, come trâfs o telârs di metal, ma a son ancjemò in discussion par struturis plui complicadis. Sì che duncje, cuant che lis tecnichis a son aplicadis a oparis in scjale reâl come i puints, a vegnin fûr gnûfs pidiments prodots de inciertece da modelazion, dal fat che i dâts sperimentâi no son complets, e ancje dal fat che i cambiaments des cundizions ambientâls a puedin influî sul compuartament dinamic de opare in maniere no facilmentri prevedibil.

Al è probabil che propit cheste serie di dificoltâts e sedi la cause dal numar avonde picul di ricerciis sientifichis svilupadis sul efiet di dams struturâi su puints in scjale reâl e su la predisposizion di strategijis di identificazion. Cun di plui, une analisi de leterature specializade intal setôr e mostre che no si è anciemò formât un parê unamim su chei che a son bogns indicadôrs dal dam e su la potence di un metodi diagnostic rispiet a un altri. I motîfs di chest a son di sigûr dovûts al fat che ogni puint al fâs storie a sè e che al è dificil svilupâ metodologijis standard inte modelazion di puints. Cierts autôrs a son dacuardi a ritignî che lis variazions des frecuencis si puedin misurâ e che a puedin jessi utilis te identificazion (Kato e Shimada 1986, Salane e Baldwin 1990). La esperience di altris ricercjadôrs e je diferent e, par esempli, Toksoy e Aktan (1994) e Farrar e Jauregui (1998) a ritegnin che lis variazions des frecuencis no rapresentin un indicadôr sigûr dal dam. Ancje la misure dai mûts di vibrâ e je ritignude un indicadôr no tant sigûr. Buine part dai studis, però, a concuardin sul fat che i mûts di vibrâ a son il miôr indicadôr de posizion dal dam (Salane e Baldwin 1990, Mazurek e De Wolf 1990). In particolâr, in chesci câs la identificazion e je une vore plui eficient se i dâts sperimentâi a son doprâts in tecnichis svilupadis ad hoc, come, par esempli, chês fondadis su la determinazion de matriç di flessibilitât modâl di Toksoy e Aktan (1994) e di Catbas et al. (2006), o su la determinazion de curvadure modâl di Wahab e De Roeck (1999), o ben su la stime dal coeficient di rigjidece des tecnichis di inzornament di modei, come fat viodi di Teughels e De Roeck (2004) e Xia et al. (2008).

In gjenerâl, si pues dî che tancj aspiets a restin ancjemò di sclarî. Tra chescj, si ricuardin ancje i efiets dal cambiament des cundizions ambientâls sul compuartament dinamic di un puint e la pussibilitât di doprâ i dâts dinamics regjistrâts in programs di monitoraç struturâl (Choi *et al.* 2004, Huth *et al.* 2005, Lauzon e De Wolf 2006, Benedettini *et al.* 2007, Gentile e Gallino 2008).

Inte prossime sezion si presentin i risultâts di une ricercje svilupade sul vecjo Puint di Dogne. Une trâf dal puint e je stade danegjade cun nivei di dam cressints. L'obietîf dal studi al è chel di verificâ intun câs pratic e, al stes timp, avonde controlât, se lis provis dinamichis a puedin o no furnî indicazions utilis par identificâ un dam struturâl intun puint.

## 4.2. Identificazion dal dam intal vecjo Puint di Dogne

*Il vecjo Puint di Dogne in struc.* Il vecjo Puint di Dogne al è un puint a une corsie e cun cuatri arcadis nominalmentri compagnis di 16 m ognidune. La Figure 12 e fâs viodi la arcade studiade inte sperimentazion. Cheste arcade, di chi indenant, e vignarà clamade "Puint di Dogne" par semplicitât. L'impalcât al è fat di trê trâfs e di une solete in beton armât. Lis trâfs a son poiadis aes lôr estremitâts. A metât de arcade e ai cuarts a son presints traviers. I pilons e lis spalis a son fats di parêts in beton di grandis dimensions e a son fondâts su pâi. Ai 31 di Avost dal 2003 la aghe di plene de Fele e cjapà in plen la struture dal puint, che al jere stât finît di costruî tal 1978. Il materiâl depositât a mont dal puint al fasè sì che il nivel de aghe al cressès fintremai a passâ sore de cjarezade. Par motîfs di sigurece il puint al fo prime sierât al trafic e dopo butât jù tal Mai dal 2008. Vuê, il colegament tra lis dôs spuindis dal flum al è sigurât dal puint gnûf costruît cirche 200 m a val dal vecjo.

Senaris di dam, risultâts e coments su la caraterizazion dinamiche. Lis provis dinamichis cun vibrodine a son stadis fatis inte prime setemane di Avrîl dal 2008. La arcade studiade e je stade separade di chê dongje gjavant il zont di impalcât presint sore dal pilon. La funzion di rispueste in frecuence (FRF) dal puint e je stade misurade te configurazion iniziâl (R) e in sîs senaris di dam (D1-D6) otignûts produsint une serie di tais te trâf di val, in corispondence dal cuart di arcade de bande dal pilon, cf. Figure 13(a)-(b). La serie dai tais e je stade realizade cuntune see circolâr. La ultime configurazion di dam D7, che no vignarà discutude culì, e je stade otignude tirant vie il beton inte sezion di mieç de trâf di val cuntun motopic, cf. Figure 13(c).

La disposizion dai struments e je mostrade in Figure 12(a)-(b). La vibrodine e je montade cun as verticâl al cuart di arcade de trâf di val, de bande dal pilon. La FRF e je stade misurade intal interval 1-50 Hz do-



Figure 12. Puint di Dogne: (a) plante cun indicazion de strumentazion; (b) sezion verticâl longitudinâl; (c) sezion verticâl trasversâl. Lungjecis in metris.

prant 17 acelerometris verticâi e un acelerometri orizontâl, cun risoluzion di 0.02 Hz pes bassis frecuencis (fin a 15 Hz) e di 0.04 Hz pes altis frecuencis (15-50 Hz). Il valor massim de fuarce al è di 15 kN.

I detais dai esperiments e de identificazion dai parametris modâi a



Figure 13. Senaris di dam intal Puint di Dogne: (a) viste vertical inte trâf di val; (b) senaris di dam D1-D6; (c) dam D7. Lungjecis in metris.

son presentâts in Dilena e Morassi (2011). Culì, si limitìn a ricuardâ che, cundut che i mûts di vibrâ a jerin avonde separâts, o vin scugnût prontâ une tecniche di identificazion *ad hoc* par podê garantî une precision alte dai risultâts in presince di variazions une vore piçulis dai parametris dinamics passant di une configurazion a chê altre. Cundut chest, cualchi dificoltât e je restade te identificazion dal tierç mût di vibrâ.

Lis misuris a metin in lûs un compuartament inspietât: lis frecuencis no calin cul progredî dal dam, cf. Figure 14. Di precîs, a calin de configurazion di partence R ae D3. A fasin ecezion la seconde e la cuinte frecuence, che a àn piçui increments de R ae D3. Daspò, cul cressi dal dam de D3 ae D5, si misurin auments clârs des frecuencis. La tierce frecuence adiriture e cres cul cressi dal dam fintremai ae configurazion D6, e su la cuarte, dut intun moment, al ven fûr un salt tal passaç de D3 ae D4. Finalmentri, e cu la ecezion dal mût 3, lis frecuencis a tornin a calâ de D5 ae D7.



Figure 14. Variazion des primis frecuencis dal puint rispiet al dam: (a) mût 1; (b) mût 2; (c) mût 3; (d) mût 4; (e) mût 5.

Cheste tindince des frecuencis e je in contradizion cuntune proprietât gjenerâl dai sistemis struturâi elastics ideâi che e proviôt che lis frecuencis no puedin cressi cul cressi dal dam. Une justificazion fenomenologiiche des osservazions sperimentâls e je stade proponude in Dilena et al. (2011). In chel articul, dulà che si rimande il letôr par aprofondiments, si fâs viodi che la tindince sperimentâl des frecuencis e je il risultât di une cumbinazion di doi fenomens conflituâi. Di une bande, come che al è di spietâsi, il progredî dal dam al prodûs un slargjament des regions fressuradis dal puint e chest al compuarte une riduzion des frecuencis. Di chê altre bande, però, si pues fâ viodi che il progredî dal dam al prodûs un aument sensibil des fuarcis di reazion tai supuarts des trâfs sul pilon e, in particolâr, inte trâf centrâl. Par efiet dal atrît disvilupât in chesci vincui, si pues pensâ che l'aument des reazions vincolârs al produsi une sorte di irigjidiment dal vincul, e duncje un increment des frecuencis naturâls. In efiet, la situazion e je complicade dal fat che e je la necessitât di tignî cont ancje de fressurazion presint inte configurazion iniziâl dal puint e dal pussibil degrât prodot de aghe di plene dal Avost dal 2003.

Un secont aspiet vignût fûr dai esperiments al rivuarde lis misuris dai mûts di vibrâ. Cundut che il puint al è simetric, i dâts sperimentâi a mo-



Figure 15. Evoluzion dal prin mût di vibrâ (normalizât rispiet ae matriç di masse) inte trâf di mont (rie disore), inte trâf centrâl (rie centrâl) e inte trâf di val (rie disot). Colone (a): de configurazion R ae D3; colone (b): de D4 ae D7. Spale: x=0; pilon: x=L.

strin une pierdite di simetrie bielzà a partî de configurazion iniziâl R. In fat, lis ossilazions dal mût 1 su la trâf di mont a son cirche 80-90% di chês corispondents su la trâf di val, cf. Figure 15. Lis diferencis a son ancjemò plui evidents sui mûts 3 e 4. Il studi dai motîfs di cheste pierdi-

te di simetrie al è stât un dai aspiets plui complicâts de ricercje svilupade in Dilena *et al.* (2011). Ancje in chest câs, come sore, l'increment di flessibilitât prodot de fressurazion presint inte configurazion iniziâl al à zuiât un rûl decisîf.

O sierìn cheste sezion disint dôs peraulis su la sensibilitât dai mûts di vibrâ al dam. I esperiments a confermin che i mûts a sintin l'efiet dal dam. Lis variazions a son bielzà evidents inte prime configurazion D1 e a son rimarchevulis tes configurazions seguitivis. La deformade spaziâl dal mût di vibrâ fondamentâl e piert la simetrie rispiet ae mezarie de arcade e e mostre un aument des components di spostament di cirche il 22% dongje de regjon danegjade tes configurazions D2-D6, cf. Figure 15. La mancjance di simetrie inte direzion trasversâl si manten ancje tes configurazions danegjadis. Lis variazions de deformade dal mût 2 a son misurabilis a partî de configurazion D2 e a mostrin un aument da flessibilitât inte regjon danegjade.

*Identificazion de posizion dal dam des misuris di curvadure modâl.* Si sa che la curvadure dai mûts di vibrâ di une trâf e pues jessi un bon indicadôr de presince di dams concentrâts. Il metodi al è stât proponût plui di vincj agns indaûr di Pandey *et al.* (1991), ma lis sôs aplicazions a puints a son raris e a son ostacoladis di une serie di impediments no di pôc. In cont di chest, si pues consultâ il lavôr di Wahab e De Roeck (1999). Prin di dut, e covente une stime precise de derivade seconde de forme modâl e, in reson di chest, di un numar grant di ponts di misure. Cun di plui, il metodi al funzione ben dome par dams concentrâts. Infin, lis aplicazions che si cognossin a rivuardin sistemis vibrants sempliçs, come trâfs o piçui telârs, e la lôr estension a plachis o cumbinazions di trâfs e plachis, come intal câs dal Puint di Dogne, no somee par nuie facil.

Intal nestri câs, a dispiet dal fat che la gridele dai ponts di misure no je tant fisse, a son cierts aspiets che a preanunziin une buine pussibilitât di sucès dal metodi. Prin di dut, il compuartament dinamic dal puint al è di fat determinât des trê trâfs longjitudinâls che i conferissin, cu la ecezion dal mût 5, un compuartament monodimensionâl. Cun di plui, il dam si pues considerâ come concentrât. I ponts di misure, a dî il vêr, a son scjars (no plui di 5 par ogni trâf) e no puedin sigurâ une determinazion precise de derivade seconde des formis modâls. Su chest cont, al è



Figure 16. Variazion de curvadure dal prin mût di vibrâ (normalizât rispiet ae matriç di masse) de configurazion iniziâl R a une danegjade: (a) D1; (b) D2; (c) D3; (d) D4; (e) D5; (f) D6; (g) D7. La posizion efetive dal dam e je segnade cuntun balin neri.

risultât decisîf ricostruî la curvadure doprant une classe speciâl di funzions *spline* polinomiâls par interpolâ i dâts sperimentâi.

A conts fats, lis variazions de curvadure dai prins doi mûts di vibrâ (normalizâts) calcoladis a partî de configurazion di riferiment R a mostrin un aument impuartant (in valor assolût) inte trâf di val, dongje il cuart di arcade de bande dal pilon, vâl a dî propit inte posizion reâl dal dam, cf. Figure 16. Cheste indicazion e je confermade dal fat che lis variazions a son une vore plui piçulis inte trâf centrâl e in chê di mont. Conclusions similârs si son otignudis usant il tierç mût di vibrâ, ancje se, in chest câs, cun cualchi imprecision in plui par vie de scjarse risoluzion de gridele dai ponts di misure. Tal ultin, al è ancje il câs di sotliniâ che lis variazions di curvadure a permetin ancje di stabilî l'increment di gravitât dal dam passant di une configurazion a chê altre.

Il risultât otignût al somee jessi di interès par dôs resons: prin di dut, si è fat viodi che la metodiche e pues jessi aplicade su puints in scjale grande e cuntun numar no masse grant di sensôrs. Po dopo, il metodi al lavore diretementri sui dâts sperimentâi e duncje no je la necessitât di svilupâ un model numeric. In conclusion, si segnale che lis stessis indicazions otignudis culì si puedin otignî ancje se la configurazion iniziâl no je cognossude. In chest câs, la curvadure modâl e pues jessi stimade cuntun model numeric de opare (Dilena e Morassi 2011).

### Bibliografia

- Benedettini F., Alaggio R., Fusco N. (2007). Prove dinamiche ed ispezioni visive in un programma di manutenzione di ponti. *Strade & Autostrade*, 4: 150-153.
- Benedettini F., Dilena M., Morassi, A. (2012). Vibration analysis and structural identification of a curved multi-span viaduct, *Preprint*.
- Brincker R., Zhang L., Andersen P. (2001). Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition, *Smart Materials and Structures*, 10: 441-445.
- Caddemi S., Caliò I., Liseni S. (2009). A procedure for the identification of concentrated damages on beams by free vibration tests. *Proceedings of the 19th AIMETA National Conference on Theoretical and Applied Mechanics*, Ancona.
- Capecchi D., Vestroni F. (2000). Monitoring of structural systems by using frequency data. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 28: 447-461.
- Catbas F.N., Brown D.L., Aktan A.E. (2006). Use of modal flexibility for damage detection and condition assessment: case studies and demonstrations on large structures. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 132: 1699-1712.
- Cerri M.N., Vestroni F. (2000). Detection of damage in beams subjected to diffused cracking. *Journal of Sound and Vibration*, 234: 259-276.
- Choi S., Park S., Bolton R., Stubbs N., Sikorsky C. (2004). Periodic monitoring of physical property changes in a concrete box-girder bridge. *Journal of Sound and Vibration*, 278: 365-381.

- Dilena M., Morassi A. (2002). Identification of crack location in vibrating beams from changes in node positions. *Journal of Sound and Vibration*, 255: 915-930.
- Dilena M., Morassi A. (2009). Structural health monitoring of rods based on natural frequency and antiresonant frequency measurements. *Structural Health Monitoring: An International Journal*, 8: 149-173.
- Dilena M., Morassi A. (2010). Reconstruction method for damage detection in beams based on natural frequency and antiresonant frequency measurements. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 136: 329-344.
- Dilena M., Morassi A. (2011). Dynamic testing of a damaged bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25: 1485-1507.
- Dilena M., Morassi A., Perin M. (2011). Dynamic identification of a reinforced concrete damaged bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25: 2990-3009.
- Ewins D.J. (1988). Modal analysis in an imperfect world. *Proceedings of the 13th Internatio*nal Seminar on Modal Analysis, Leuven (Belgium).
- Ewins D.J. (2000). *Modal testing: Theory, practice and application*. Baldock, UK: Research Studies, 2nd Ed.
- Farrar C.R., Jauregui D.A. (1998). Comparative study of damage identification algorithms applied to a bridge: I. Experiment. *Smart Materials and Structures*, 7: 704–719.
- Friswell M.I., Mottershead J.E. (1995). *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Gentile C., Gallino N. (2008). Condition assessment and dynamic system identification of a historic suspension footbridge. *Structural Control & Health Monitoring*, 15: 369-388.
- Gladwell G.M.L. (2004). *Inverse Problems in Vibration*. Solid Mechanics and Its Applications Series, volume 119. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Gladwell G.M.L., Morassi A. (1995). On isospectral rods, horns and strings. *Inverse Problems*, 11: 533-554.
- Gladwell G.M.L., Morassi A. (1999). Estimating damage in a rod from changes in node positions. *Inverse Problems in Engineering*, 7: 215-233.
- Gladwell G.M.L., Morassi A. (2010). A family of isospectral Euler-Bernoulli beams. *Inverse Problems*, 26, paper 035006: 12 pp.
- Gladwell G.M.L., Morassi A. (Eds.) (2011). *Dynamical Inverse Problems: Theory and Application*. CISM Courses and Lectures, volume 529. Wien, Austria: Springer Verlag.
- Hassiotis S., Jeong G.D. (1993). Assessment of structural damage from natural frequency measurements. *Computers & Structures*, 49: 679-691.
- Hearn G., Testa R. (1991). Modal analysis for damage detection in structures. Journal of Structural Engineering ASCE, 117: 3042-3063.
- Huth O., Feltrin G., Maeck J., Kilic N., Motavalli M. (2005). Damage identification using modal data: experiences on a prestressed concrete bridge. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 131: 1898-1910.
- Jimbo S., Morassi A., Nakamura G., Shirota K. (2012). A non-destructive method for damage detection in steel-concrete composite structures based on finite eigendata. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 20: 233-270.
- Kato M., Shimada S. (1986). Vibration of PC bridge during failure process. Journal of Structural Engineering ASCE, 112: 1692-1703.
- Lauzon R.G., DeWolf J.T. (2006). Ambient vibration monitoring of a highway bridge undergoing a destructive test. *Journal of Bridge Engineering ASCE*, 11: 602-610.
- Liang R.Y., Hu J., Choy F. (1992). Quantitative NDE technique for assessing damages in beam structures. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 118: 1468-1487.

- Mazurek D.F., De Wolf J.T. (1990). Experimental study of bridge monitoring technique. Journal of Structural Engineering ASCE, 116: 2532-2549.
- Morassi A. (2007). Damage detection and generalized Fourier coefficients. Journal of Sound and Vibration, 302: 229-259.
- Morassi A., Tonon S. (2008). Dynamic testing for structural identification of a bridge. Journal of Bridge Engineering ASCE, 13: 573-585.
- Morassi A. (2011), Dynamic testing and structural identification of the Hypo Bank office complex. I: Experiments. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 137: 1527-1539.
- Morassi A., Polentarutti F. (2011). Dynamic testing and structural identification of the Hypo Bank office complex. II: Identification. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 137: 1540-1552.
- Morassi A., Vestroni F. (Eds.) (2008). *Dynamic Methods for Damage Identification in Structures*. CISM Courses and Lectures, volume 499. Wien, Austria: Springer Verlag.
- Pandey A.K., Biswas M., Samman M.M. (1991). Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 145: 321-332.
- Papoulis A. (1985). Probabilità, variabili aleatorie e processi stocastici. Torino, Italia: Bollati Boringhieri.
- Rizos P.F., Aspragathos N., Dimarogonas A.D. (1990). Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes. *Journal of Sound and Vibration*, 138: 381-388.
- Salane H.J., Baldwin Jr. J.W. (1990). Identification of modal properties of bridges. *Journal of Structural Engineering ASCE*, 116: 2008-2021.
- Sinha J.K., Friswell M.I., Edwards S. (2002). Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data. *Journal of Sound and Vibration*, 251: 13-38.
- Teughels A., De Roeck G. (2004). Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating. *Journal of Sound and Vibration*, 278: 589-610.
- Teughels A., Maeck J., De Roeck G. (2002). Damage assessment by FE model updating using damage functions. *Computers & Structures*, 80: 1869-1879.
- Toksoy T., Aktan A.E. (1994). Bridge-condition assessment by modal flexibility. *Experimental Mechanics*, 271-278.
- Vestroni F., Capecchi D. (2000). Damage detection in beam structures based on frequency measurements. *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, 126: 761-768.
- Wahab M.M.A., De Roeck G. (1999). Damage detection in bridges using modal curvatures: application to a real damage scenario. *Journal of Sound and Vibration*, 226: 217-235.
- Xia Y., Hao H., Deeks A.J., Zhu X. (2008). Condition assessment of shear connectors in slabgirder bridges via vibration measurements. *Journal of Bridge Engineering ASCE*, 13: 43-54.